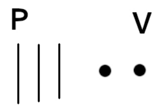
A skyrius

A1. Viltė turi triskart daugiau brolių nei seserų. O jos brolis Paulius turi tiek pat brolių ir seserų. Kiek toje šeimoje berniukų ir kiek mergaičių?

A1. Jei vaikas pateikia teisingą atsakymą (**3 berniukai ir 2 mergaitės**) bei ypač jei turi kažkokį piešinėlį, vaizduojantį brolius ir seseris, belieka pagirti ir pereiti prie kito uždavinio.

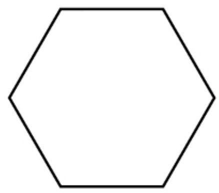
Jei vaiko pateiktas atsakymas klaidingas, prašome piešinėliu pavaizduoti tos šeimos vaikus („kad ir man būtų aiškiau“). Jei nesupranta, kaip galima piešti brolius ir seseris, pasiūlykite vienus vaizduoti pagaliukais, kitus – rutuliukais. Tuomet pasitikrinimui užduodame šiuos klausimus:

„Kiek seserų ir kiek brolių turi Viltė? Ar triskart daugiau brolių nei seserų? O ar Paulius turi tiek pat brolių ir seserų?“ Jei ne – nurodome, kad neatitinka uždavinio sąlygos ir pasiūlome ieškoti atsakymo/piešti situaciją iš naujo.

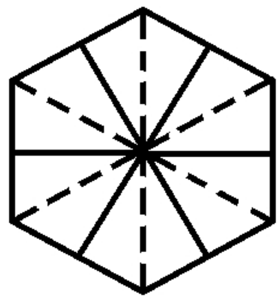


Nežinančiam nuo kurio galo pradėti spręsti pasufleruojame: „Ar gali toje šeimoje būti tik viena mergaitė?“ Ne, nes tada nebus nei vieno berniuko. „O jei toje šeimoje 2 mergaitės?“ Tuomet viena iš jų Viltė, o kita jos sesuo. „Kiek toje šeimoje būtų berniukų?“ Trys. „Patikrink, kiek brolių ir seserų turėtų vienas iš jų – Paulius.“ Po du, vadinasi, radome sprendimą. (Buvo galima pradėti ir nuo to, kiek toje šeimoje berniukų – tik reikėtų rinktis skaičius, kurie dalijasi iš 3, nes jų trigubai daugiau nei Viltės seserų.)

A2. Kiek simetrijos ašių turi taisyklingasis šešiakampis? Nupiešk jas visas.



A2. Jei nėra aišku, kas ta simetrijos ašis: galima ją pailiustruoti žmogaus veido arba dviejų delnų pavyzdžiu. Sim. ašis – tarsi linija, per kurią sulenkus piešinį, visi jo kraštai sutampa.
Jei randa ne visas **6-ias** simetrijos ašis: patariame lėtai pasukioti lapą, kad šešiakampis tarsi pakeistų padėtį. Atkreipiame dėmesį į skirtingo tipo simetrijos ašis: vienos jų eina per dvi priešingas viršūnes (turi rasti visas 3 viršūnių poras), kitos – per priešingų kraštinių vidurio taškus (jų irgi 3).



A3. Urtė, Agnė ir Dovilė rado parke suoliuką ir iškart užsimanė ant jo pasidaryti visų įmanomų „asmenukių“, t. y. joms trims kiekvienąkart susėdus skirtinga tvarka. Kiek „asmenukių“ pasidarys mergaitės?

A3. Jei vaikas pateikia teisingą atsakymą (**šešias**) bei turi kažkokį piešinėlį, vaizduojantį visus galimus mergaičių susėdimo būdus, belieka pagirti ir pereiti prie kito uždavinio.
Jei vaikas pateikia teisingą atsakymą, bet jį suskaičiavo mintinai, prašome piešinėliu pavaizduoti visus galimus mergaičių susėdimo būdus („kad ir man būtų aiškiau“).
Jei pateiktas atsakymas klaidingas, nurodome pasitikrinti – bus geriausia, jei pats ras, ko trūksta ar ką suskaičiavo dvigubai.

Jei reikia pagalbos pavaizduojant, pasiūlome mergaites žymėti raidėmis A, D ir U. Taip pat patartina, kad rašytų susėdimus abėcėlės („didėjimo“) tvarka: ADU, AUD, DAU, DUA, UAD, UDA.

A4. Kaip greičiausiu būdu apskaičiuoti visų šių vienaženklių skaičių sumą? Kam lygi ta suma?

2	6	9	3	5
8	1	1	7	5
4	5	9	6	8
6	5	1	3	2

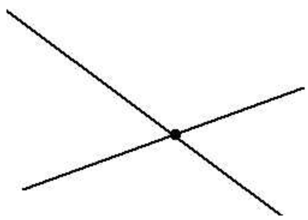
A4. Patariame žiūrėti ne tik horizontaliai (eilutėmis), bet ir vertikaliai (stulpeliais) – ten turėtų pamatyti greta esančių skaičių poras, kurias sudėjus gaunama 10. Tokių porų yra 8, be to, dar yra 6 + 1 + 6 + 3, tad bendra suma lygi **96**.
Jei atsakymas klaidingas, nurodome pasitikrinti – turėtų pats rasti savo klaidą.

A5. Naujas prekybos centras atidarymo proga ledus pardavinėjo po 17 euro centų. Kostas išsirinko kelias porcijas ir padavė kasininkei 1 eurą. Toji atidavė grąžą 5 centų monetomis. Kiek monetų gavo Kostas?

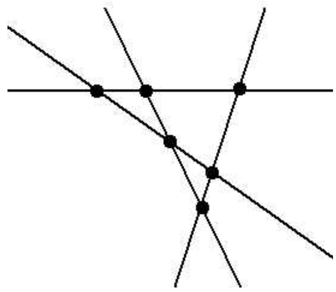
A5. Kad galėtume pagirti, turime matyti skaičiavimus ir teisingą atsakymą (**tris**). Bet jei toks uždavinys pakliūtų olimpiadoje, dar reikėtų parodyti, kad šis atsakymas yra vienintelis tinkamas. T. y. jei Kostas pirktų kitą kiekį ledų porcijų, jis negalėtų gauti grąžos vien 5 centų monetomis. Tiek pasitikrinimui, tiek kaip pagalbą pradėti spręsti šį uždavinį, siūlome užpildyti tokią lentelę:

Porcijų kiekis	Ledų kaina	Grąža iš 1 euro	Ar bus tik 5 cnt monetos?
1	17	83	ne
2			
3			
4			
5			
6			
Ar verta pildyti toliau?			

Toks sprendimo metodas vadinamas „**protingu variantų perrinkimu**“.



A6. Jei popieriaus lape nupieštume dvi tieses, jos daugiausiai galėtų turėti 1 susikirtimo tašką (brėžinyje taip ir parodyta). Kiek daugiausiai susikirtimo taškų galėtų susidaryti, jei kitame lape nubrėžtume 4 tieses?



A6. Būtinas ne tik atsakymas (**6**), bet ir jį pagrindžiantis brėžinys. Jį tikrinant, svarbu atkreipti dėmesį į tai, ar kiekviena tiesė kerta kiekvieną kitą. Jei ne visos susikerta – pasiūlykit pagalvoti, kaip pakeisti kurios nors tiesės padėtį, kad atsirastų daugiau susikirtimo taškų.

Kai pavyzdį su 6 taškais randa, pagiriame, bet kartu pasiteiraujame, kodėl jis(ji) užtikrintas savo atsakymu – o gal išdėsčius tieses kitaip, atsirastų dar daugiau susikirtimo taškų? Jei matome, kad keblu argumentuoti, klausiame: „Kiek tokių taškų gali būti pirmojoje tiesėje?“ 3 - tai susikirtimai su antrąja, trečiąja ir ketvirtąja tiesėmis. „Kiek dar neįskaičiuotų taškų gali būti antrojoje tiesėje?“ 2 - susikirtimai su trečiąja ir ketvirtąja tiesėmis. „Kiek dar neįskaičiuotų taškų gali būti trečiojoje tiesėje?“ 1 -

susikirtimas su ketvirtąja tiese. „Kiek dar neįskaičiuotų taškų gali būti ketvirtojoje tiesėje?“ Jų jau nebeliko. Tad viso yra 3 + 2 + 1 = 6 taškai.
A7. Ali-Baba, pakliuvęs į plėšikų olą, palei sieną mato tris skirtingų spalvų skrynias: vienoje – brangakmeniai, kitoje – auksas, trečioje – perlai. Raudona skrynia dešiniau nei brangakmeniai. Perlai dešiniau nei raudona skrynia. Kas kur laikoma, jei žalioji skrynia kairiau už mėlynąją?

A7. Klausimai pasitikrinimui – grynai pagal uždavinio sąlygą:
„Ar raudona skrynia dešiniau nei brangakmeniai?“
„Ar perlai dešiniau nei raudona skrynia?“
„Ar žalioji skrynia kairiau už mėlynąją?“

Pagyrimo vertas būtų piešinys su trimis skryniomis (stačiakampiais), šalia kurių parašyta spalva, o viduje parašytas turinys. Kad toks piešinys atsirastų, siūlykite antrą ir trečią sąlygos sakinius pavaizduoti čia pat po sąlyga ar atskirame juodraštyje. Taip turėtų ateiti supratimas, kad raudonoji skrynia yra vidurinė.

Taigi iš kairės į dešinę būtų: **Žalioji (brangakmeniai), Raudonoji (auksas), Mėlynoji (perlai)**.

A8. Tarp kai kurių iš šių aštuonių aštuonetų įrašyk ‘+’ ženklus, kad susidariusių skaičių suma būtų lygi 1000:

8 8 8 8 8 8 8 8 = 1000

A8. Pliusai gali būti išsidėstę įvairiai, bet turėtų susidaryti **888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000**. Jei lygybė neteisinga – nurodome pasitikrinti skaičiavimus.

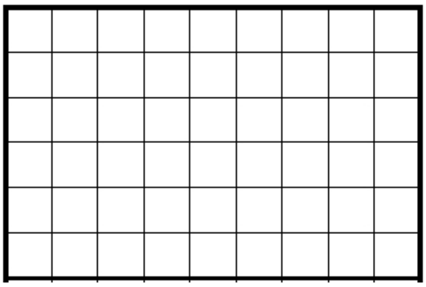
Jei reikia pagalbos pradėti spręsti, pradedame nuo klausimo „O kokia būtų suma, jei tarp įterptume pliusus visur, kur tik įmanoma?“ 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 64 (gerokai per maža).
„O kokia būtų suma, jei įterptume pliusus kas du aštuonetus?“ 8 8 + 8 8 + 8 8 + 8 8 = 352 (vis dar per maža).
„O jei sujungtume du 88-etus?“ 8 8 8 8 + 8 8 + 8 8 = 9064 (gerokai per didelė).
„Tai gal bandykime su trijų 8-etų junginiu?“ 888 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 928 (dar per mažai).
„Gal sujunkime du 8-etus?“ 888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1000 (pavyko!).

A9. Vienoje klasėje mokosi 4 poros dvynukų. Į vaikų pasirodymą susirinko visi klasės vaikai su savo mamomis ir tėčiais – iš viso 64 žmonės. Kiek vaikų mokosi toje klasėje?

A9. Kad galėtume pagirti ne tik atsakymą, bet ir sprendimą, turėtume jame pamatyti, jog yra keturios šeimos po 2 tėvus ir 2 vaikus bei 16 šeimų po 2 tėvus ir 1 vaiką, taigi viso **24** vaikai.

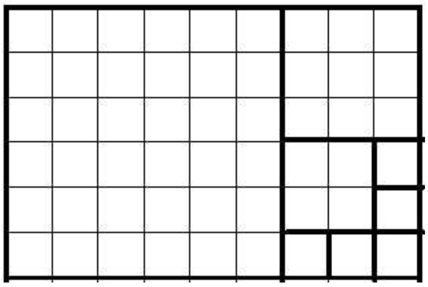
Klausimai pasitikrinimui/sprendimo pradžiai:
„Kiek tėvelių yra dvynukų šeimoje?“ Du.
„Kaip galėtume pavaizduoti dvynukų šeimą?“ Du maži pagaliukai (vaikai) bei du ilgesni pagaliukai (tėvai).
„Kiek tokių šeimų yra?“ Keturios.
„Kiek iš viso jose žmonių, o kiek vaikų?“ Žmonių 4 · 4 = 16, vaikų 2 · 4 = 8.
„Kaip galėtume pavaizduoti „paprastą“ šeimą?“ Vienas mažas pagaliukas (vaikas) bei du ilgesni pagaliukai (tėvai).
„Kiek iš viso žmonių „paprastose“ šeimose?“ 64 – 16 = 48.
„Kiek iš viso „paprastų“ šeimų?“ 48 : 3 = 16.
„Kiek vaikų „paprastose“ šeimose?“ Irgi 16.
„Kiek vaikų iš viso?“ 16 + 8 = 24.

A10. Sukarpyk šį stačiakampį į 8 kvadratus. Tie kvadratai neprivalo visi būti vienodo dydžio, bet atliekamų dalių likti neturi!



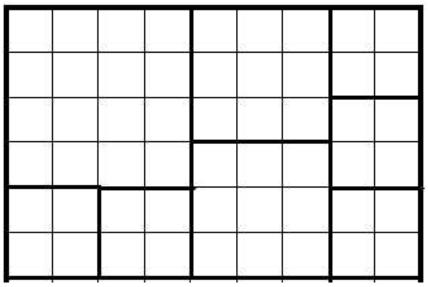
A10. Pasitikrinimas paprastas: „Ar visos išskirtos dalys yra kvadratai? Ar jų yra lygiai 8? Ar neliko atliekamų dalių?“ Jei viskas taip ir yra – puiki proga pagirti. Jei ne – pasiūlome spręsti iš naujo.

Jei nesiryžta pradėti, padrąsiname nebijoti klaidų – per jas ateis patirtis ir nuojauta, kaip keičiant kvadratų dydį, keičiasi jų kiekis.



Jei nusvyra rankos po daugelio nesėkmingų bandymų, galime nurodyti tam tikrą ieškojimo kryptį – kuo mažesnis plotas, tuo mažiau galimybių išdėstyti kvadratus = tuo paprasčiau rasti karpymo būdą. Bet kirpti geriau nuo krašto – bus daugiau galimybių panaudoti likusį plotą.

Taigi: „Kokį didžiausią kvadratą galima atkirpti, kad liktų kuo mažesnis plotas?“ 6 × 6.
„Kokį dabar didžiausią kvadratą galima atkirpti, kad liktų kuo mažesnis plotas?“ 3 × 3.
„Kokį dabar didžiausią kvadratą galima atkirpti, kad liktų kuo mažesnis plotas?“ Jei kirptume 3 × 3, neliktų nieko, tad kerpame 2 × 2.
Kaip paskirstyti likusį plotą? Penki kvadratai po 1 × 1.



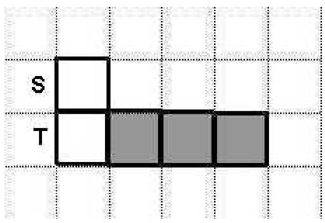
Beje, galima rasti ir kitą karpymo būdą: 4 × 4, du 2 × 2, du 3 × 3 ir dar trys 2 × 2.

(Pačių kvadratų padėtis gali būti labai įvairi, tad vaiko pateiktas pavyzdys gali skirtis nuo čia pateiktųjų.)

A11. Tėtis keturgubai vyresnis už sūnų, o sūnus jaunesnis už tėtį 24 metais. Kiek metų tėčiui, o kiek sūnui?

A11. Prieš pagiriant teisingą atsakymą - **8** metai sūnui ir **32** tėčiui, reikėtų įsitikinti, kad jis nebuvo gautas spėliojant ar perrenkant kelis variantus. Pirmoji strategija (spėliojimas) čia žalinga, o antroji (variantų perrinkimas) nėra optimali. Kad vaikas pajustų abiejų strategijų ribotumą, verta pasiūlyti uždavinį su pakeistais skaičiais, pvz. „Ąžuolas keturgubai senesnis už pušį, o pušis 597 metais jaunesnė už ąžuolą.“

Jei neaišku, nuo ko pradėti, pasiūlykite pavaizduoti abiejų amžius langeliais.
„Keliais langeliais galėtume pavaizduoti sūnaus amžių?“ Vienu. (Kuo mažiau langelių – tuo paprastesnis piešinys.)
„Keliais langeliais tuomet turėtume pavaizduoti tėčio amžių?“ Keturiais. (Keturgubai vyresnis.)
„Kuri piešinio dalis vaizduoja jų amžių skirtumą?“ Trys langeliai.
(Jei svarbu pamatyti amžių skirtumą, langelius verta išdėstyti skirtingose eilutėse.)
„Kiek metų atitinka vienas langelis?“ 24 : 3 = 8 (metai).



Jei vaikas „nesibaido“ lygčių, galite parodyti, kad uždavinys išsprendžiamas ir sudarius lygtį x + 24 = 4x. (Jei užrašas „4x“ kiek baugina, pakeiskite jį „x + x + x + x“.)

A12. a) Turistas per 1 valandą nueina 6 kilometrus. Kiek metrų jis nueina per 1 minutę?
b) Kas greitesnis: voras, ropojantis 1 kilometro per valandą greičiu, ar žaltys, per minutę nušliaužiantis 20 metrų?

c) Automobilis, nuvažiavo tiek kilometrų, kiek minučių jis važiavo. Koks buvo jo greitis (kilometrais per valandą)?

A12. Klausimai „užvedimui ant kelio“:
a) „Kiek metrų turistas nueina per 1 valandą?“ $6 \cdot 1000 = 6000$ m.
„Per kiek minučių jis nueina tuos 6000 m?“ Per 60 min.
„Kiek metrų jis nueina per 1 minutę?“ 6000 : 60 = **100 m**.

b) „Kiek metrų nušliaužia žaltys per 60 minučių (t. y. per 1 valandą)?“ $60 \cdot 20 = 1200$ m.
„Kas daugiau, voro 1 km ar žalčio 1200 m?“ **Žalčio** 1200 m.

c) „Kiek kilometrų nuvažiavo automobilis per 1 minutę?“ 1 km.
„Kiek kilometrų nuvažiavo automobilis per 60 minučių (t. y. per 1 valandą)?“ $60 \cdot 1 = 60$ km.
„Tai koks jo greitis kilometrais per valandą?“ **60 km/val**.

A13. Stebuklingame miške jau virš šimto meto auga Nepaprastoji Eglė. Kiekvieną vidurdienį ant jos atsiranda 1000 naujų spyglių, o kiekvienas spyglys auga lygiai 1 metus, tada nudžiūna ir nukrenta. Kiek spyglių rastum ant Eglės šiandien rytą?

A13. Daug duomenų, ne visi jie reikalingi, tad uždavinys gana keblus. Pagyrimui pakanka vieno užtikrinto veiksmo: $365 \cdot 1000 =$ **365000** spyglių. (Tinka ir atsakymas 366000, jei dar nepraėjo vieneri metai nuo keliamųjų metų vasario 29-osios).

Uždavinio perpratimui keliame klausimus:
„Kurių dienų spyglius šiandien vidurdienį dar rastum ant Nepaprastosios Eglės? Išvardink.“ („Gali pradėti nuo pačių šviežiausių“.) Vakarykščius, užvakarykščius, 3 dienų senumo ir t. t.
„Kurie seniausi spygliai dar auga (laikosi) ant Nepaprastosios Eglės?“ 1 metų senumo.
„Tai kelių iš viso dienų spygliai auga ant jos?“ Tiek, kiek dienų metuose – 365.
„Kiek spyglių rastum ant Eglės šios dienos rytą?“ $365 \cdot 1000 = 365000$.

Ką tik aprašytą sprendimo būdą galima priskirti strategijai „nagrinėjimas nuo pabaigos“. Bet visai tinka ir nagrinėjimas nuo pradžios.
„Jeigu stebėtum filmą apie Nepaprastosios Eglės gyvenimą, kas būtų nutikę pirmąją jos dieną?“ Būtų užaugę 1000 spyglių. „O ką pamatytum, stebėdamas antrąją dieną?“ Būtų užaugę dar 1000 spyglių. „O trečiąją?“ Dar 1000 spyglių. „Kaip ilgai tęstųsi tokios dienos?“ Vienerius metus. „Kiek spyglių jau būtų priaugę iš viso?“ $365 \cdot 1000 = 365000$. „O kas vyktų antrųjų jos gyvenimo metų pirmąją dieną?“ Būtų užaugę 1000 spyglių ir nukritę 1000 spyglių. „O kaip būtų pasikeitęs spyglių kiekis?“ Jie nepasikeistų! „Tai kas vyktų toliau?“ Spyglių kiekis ir liktų toks pat visą laiką.